

dritten Buch des Platon „über den Staat“ sind sich Sokrates und Glaukon darüber einig, daß von den vielen Tonarten nur die dorische und die phrygische förderlich, die lydische und mixolydische aber bestimmt zu verwerfen seien. Daher brauche man nur Saiteninstrumente. Und Blasinstrumente seien allenfalls auf dem Lande für Hirten zu verwenden. Solche Zeugnisse könnten tatsächlich für das Abdrängen einer älteren Kulturschicht sprechen. Andererseits lobt Sokrates dann wieder den Marsyas und bestimmte Aulostonarten ...

Die überlieferten Grundtonarten Dorisch, Lydisch und Phrygisch bestehen aus Ganz- und Halbtonschritten, wobei niemals zwei Halbtöne aufeinander folgen, sondern zwischen 2 Halbtönen stets 2 oder 3 Ganztöne stehen. Sie bilden **das diatonische Tongeschlecht**. Daneben kennt die griechische Musiktheorie noch zwei weitere „Tongeschlechter“, nämlich das *chromatische* und das *enharmonische*.

Das chromatische Tongeschlecht führt die beiden Binnentöne entweder eng an die Außentöne des Tetrachordes, so daß zwischen ihnen ein übermäßiger Schritt entsteht, mit Tonnamen: C - Des - E - F. Oder aber die beiden Binnentöne werden unten zusammengedrängt, wie C - Cis - D - F.

Das enharmonischen Tongeschlecht verkleinert die Schritte zu Vierteltönen, so daß im *Barypyknon*¹⁰² eine Tonfolge entsteht wie: C - Cis↓ - Des - F. Zwischen dem mittleren Ton des Barypyknon Cis↓ und der darüber liegenden Quinte G ergibt sich dann die Obertonquarte 8/11. Das enharmonische Tongeschlecht war offenbar nur besten Musikern zugänglich. Plutarch¹⁰³ beklagt um 100 n. Chr. in seinem Buch über die Musik den Verfall dieses „*schönsten aller Tongeschlechter*“. Er schreibt: „*Der Stumpfsinn und die Geistesträgheit haben derart zugenommen, daß die Meinung aufkam, solch feine Tonabstufungen entzögen sich der Wahrnehmung durch unser Gehör.*“

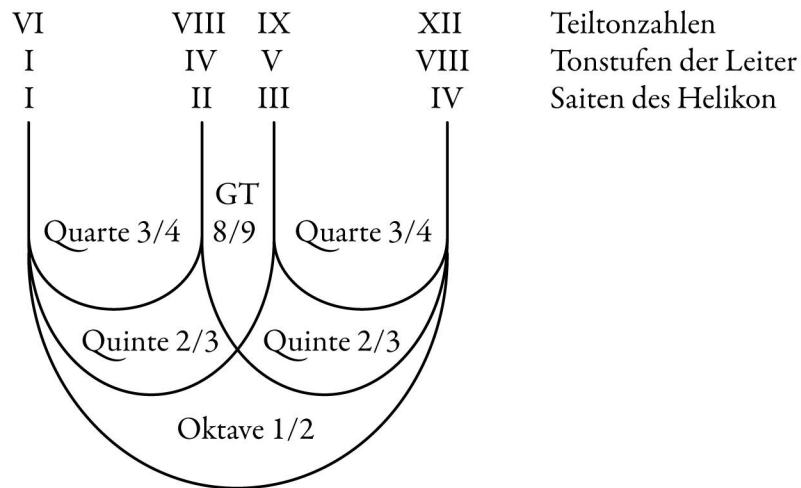
In der späteren Zeit, ab dem 4. vorchristlichen Jahrhundert, entwickelte sich die Musik weiter und löste sich mehr und mehr vom Text. Die Kithara wurde auf elf und zwölf Saiten erweitert, und der Aulos begann das Musikleben wieder stärker zu beherrschen. Als Träger solcher Neuerungen sind aus jener Zeit Phrynis, Timotheos und Philoxenos bekannt. Erst mit dieser Eigenständigkeit der Musik gegenüber der Dichtung beginnt die systematische Musiktheorie. In der klassischen Zeit sind es vor allem Aristoxenos, Euklid und Philodemos, nach Christus dann Ptolemaios, Plutarch, Nikomachos, Quintilian, Alypios und Gaudentius, von denen musikalische Schriften erhalten sind.

¹⁰² *Barypyknon* – von gr. βαρύς, tief, und πύκνον, Zusammendrängung, Dichte – ist ein Fachwort der antiken Musiktheorie und bezeichnet die Zusammendrängung von Tönen am unteren Ende des Tetrachordes in den chromatischen und enharmonischen Leitern.

¹⁰³ PLUTARCH, de musica.

Das pythagoräische Tonsystem

Auf Pythagoras¹⁰⁴ geht jene Struktur des Tonsystems zurück, die dann von allen späteren antiken und mittelalterlichen Theoretikern übernommen wurde. Sie beruht auf einer Symmetrie, die von den Gegebenheiten des Obertonspektrums her nicht ohne weiteres vorgegeben ist, sondern einen besonderen kulturschöpferischen Akt darstellt.



Wir sahen bei unserer harmonikalen Betrachtung des Obertonspektrums, daß die Teiltonreihe sich wie die Reihe der ganzen Zahlen entfaltet. In der 4. Oktave entsteht eine erste Tonleiter, die unten Dur-, oben Mollcharakter hat, und die tatsächlich bis ins 19. Jahrhundert in der Volksmusik, und mit größter Wahrscheinlichkeit schon zu antiker Zeit benutzt wurde (vgl. S. 52 und S. 109). Diese Teiltonleiter entwickelt sich nach physikalischen Gesetzen aus dem Grundton (Zeugerton) und setzt sich über die Oktave hinaus in immer kleineren Tonschritten fort. Das gilt für alle Tonleitern, die unmittelbar aus der Teiltonreihe abgeleitet sind, solange nicht ein begrenzendes Ordnungsprinzip eingeführt wird. Ein solches Ordnungsprinzip ist die oben beschriebene Tetrachordstruktur. Da aber von Natur aus in der Teiltonreihe zuerst die reine Obertonquarte $\frac{8}{11}$ erscheint, wird der untere Tetrachord natürlicherweise von dieser umgrenzt und ist damit ein Viertelton weiter als der obere, den die Untertonquarte $\frac{3}{4}$ umgrenzt. Um eine vollkommene Symmetrie innerhalb des Oktavraumes zu erreichen, hat nun Pythagoras die Quinte sowohl vom Grundton aus nach oben, als

¹⁰⁴ Nach THIMUS hat Pythagoras dieses System von seinen ägyptischen Lehrern übernommen.

auch von der Oktave aus nach unten geführt. So wurde die untertönige Quarte $3/4$ über dem Grundton eingefügt und dient statt der Quarte $8/11$ als Rahmenton des unteren Tetrachordes. Dadurch erhalten beide Tetrachorde die gleiche Weite. Die Versuche am Monochord legen dieses Vorgehen durchaus nahe, denn die Teilung der Saite in vier Teile liegt näher als die in elf.

So entstand *der symmetrische pythagoräische Tetrachordrahmen*. In der Teiltonreihe selber entsteht dieses Gebilde nicht über dem Grundton sondern über der Quinte; daher stehen in der Graphik oben in lateinischen Ziffern die Teiltonzahlen 6, 8, 9 und 12 für Quinte, Oktave, None und Duodezime; darunter die Tonstufen der Tonleiter und darunter noch die Abfolge der entsprechenden Saiten des *Helikon*.¹⁰⁵ Zwischen den beiden Quartan ergibt sich der große Ganzton $8/9$, in der Graphik GT abgekürzt. Dieser verbindet als Zeuxis die beiden Tetrachorde.

Wegen der Hochschätzung der Zahlen 1, 2, 3 und 4, die in antiker Manier dargestellt das Bild der pythagoräischen Tetraktys ergeben,¹⁰⁶ ...

$$\begin{array}{cccc}
 & & \circ & \\
 & & \circ & \circ \\
 & \circ & \circ & \circ \\
 \circ & \circ & \circ & \circ
 \end{array} = \Delta = 10$$

... wurden alle Tonstufen aus den ersten 4 Teiltönen gebildet. Die Zahlen 1, 2 und 4 entsprechen dem Grundton und seinen Oktaven; daher fiel der Quinte (Teiltonzahl 3) allein die Aufgabe zu, alle übrigen Tonstufen als Stapelintervalle zu entwickeln. Die Drei ist seit jeher eine heilige Zahl. Ihre überragende Bedeutung und Würde ist freilich erst mit der Offenbarung der allheiligsten Dreifaltigkeit im Christentum hervorgetreten.

Die große Sekunde entsteht aus dem Stapeln zweier Quinten $2/3 \cdot 2/3 = 4/9$, herunteroktaviert zu $8/9$. Derselbe Tonschritt erscheint zwei Oktaven höher als 9. Teilton, und im symmetrischen Tetrachordsystem verbindet er außerdem

¹⁰⁵ Das *Helikon* ist ein viersaitiges Übungsinstrument zur Darstellung der Allharmonie.

¹⁰⁶ In der Antike wurden Zahlen durch gelegte Steinchen oder Fingereindrücke im Sande dargestellt. Ähnlich sind auf den bronzezeitlichen Goldhüten die Zahlen, welche die Planetenzyklen zeigen, als ins Metall getriebene Buckel, teilweise mit umgebenden Kreisen, dargestellt. Die Summe der Zahlen Eins bis Vier ist Zehn, was zahlensymbolisch zum Ausdruck bringt, daß in dieser Viererstruktur das Schöpfungsgesetz enthalten ist. Die Steinchenfigur ergibt den griechischen Buchstaben Δ (Delta), der daher als Kürzel für den Zahlenwert Zehn (gr.: δέκα) steht. Liest man diese Tetraktys als Kennung für das Lambdoma, würde die Eidesformel der Pythagoräer „bei dem, der uns die Tetraktys gelehrt hat“ verständlich; sie bedeutete dann nämlich: „bei dem, der uns das ewige Gesetz des Seins lehrte“.

die beiden Tetrachorde als *Diazeuxis*. Deshalb wird er gemeinhin *pythagoräischer Ganzton* genannt. Sein Intervallmaß beträgt 12 Lütt (11,895). Er gilt als *das Maß der Musik* schlechthin.

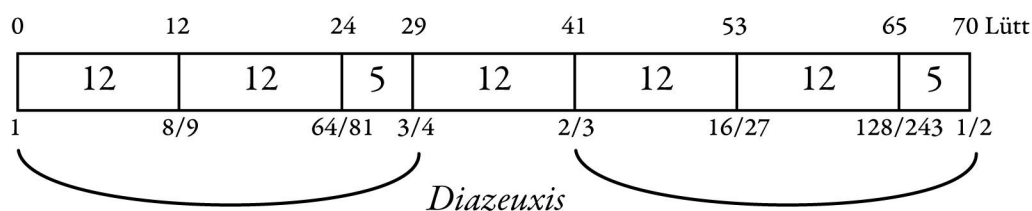
Um die pythagoräische große Sexte zu bilden, fügt man zur großen Sekunde eine weitere *Quinte* hinzu und multipliziert die Intervallwerte: $8/9 \cdot 2/3 = 16/27$. Das ergibt eine Intervallweite von 53 Lütt (52,842). Der Unterschied zur reinen Sexte $3/5$ mit 51,5 Lütt (51,588) beträgt genau ein syntonisches Komma, denn $16/27 : 3/5 = 16/27 \cdot 5/3 = 80/81$.

Die pythagoräische große Terz entsteht aus dem vierfachen Stapeln der *Quinte*, $(2/3)^4 : (1/2) = 64/81$. Sie ist mit einem Intervallmaß von 24 Lütt (23,790) um etwa einen Achtelton weiter als die reine Naturterz $4/5$, die nur 22,5 Lütt beträgt. Diese Abweichung, wiederum das syntonische Komma, haben wir im Kapitel über die Stimmungssysteme ausführlich behandelt.

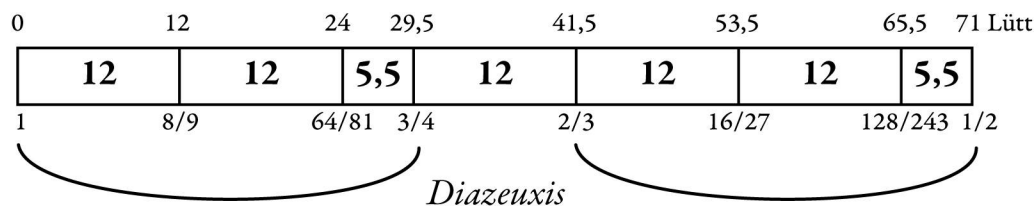
Schließlich wird noch die pythagoräische große Septime gebildet, indem man auf die Terz wiederum eine *Quinte* stapelt: $64/81 \cdot 2/3 = 128/243$. Der Intervallwert beträgt 65 Lütt (64,735). Im Unterschied zur nächstliegenden ober-tönigen großen Septime $8/15$ mit 63,5 (63,482) Lütt tritt uns wieder das syntonische Komma entgegen, denn $(128/243) : (8/15) = 80/81$.

Der enge Halbtonschritt zwischen der pythagoräischen Terz $64/81$ und der Untertonquarte $3/4$ (sowie zwischen der pythagoräischen Septime und der Oktave) hat den Intervallwert $243/256$ (5,263 Lütt); er wurde als „Rest“ angesehen, der überbleibt, wenn man von der *Quarte* zweimal den Ganzton $8/9$ abzieht. Daher wurde er *Limma* genannt (von gr.: $\lambda\eta\mu\mu\alpha$, „Rest“).

So entsteht die *pythagoräische Tonleiter*, die unserem Jonisch entspricht:



Da die Pythagoräer nicht wie wir mit 70, sondern mit 71 Lütt rechneten, hat sich diese einfachste pythagoräische Tonleiter, soweit sie nach dem Zeugnis der antiken Autoren rekonstruierbar ist, wie folgt dargestellt:



Auch die pythagoräische 71-er Oktavteilung kommt nicht ohne Rundungen aus. Nach unseren Berechnungen betragen die genauen Werte bei 71-er Teilung:

für die Sekunde $8/9$	12,065	für die Quinte $2/3$	41,532
für die Terz $64/81$	24,129	für die Sexte $16/27$	53,597
für die Quarte $3/4$	29,465	für die Septime $128/243$	65,662

Setzte man die Quintstapel fort, so ergäben sich ein Tritonus $512/729$ mit 35,684, eine kleine Sekunde $221/236$ mit 6,632, eine kleine Sexte $221/354$ mit 47,579, eine kleine Terz $442/531$ mit 18,527 und eine kleine Septime $197/355$ mit 59,474 Lütt¹⁰⁷ sowie eine Quarte $623/842$ mit 30,421 Lütt. Aber die Pythagoräer nahmen, wie wir wissen, die Untertonquarte $3/4$ mit 29 Lütt (29,053), die durch Quintenstapeln abwärts erreicht wird. Aus weiteren Quintstapeln abwärts ergeben sich auch die untertönige große Septime $9/16$ mit 58,105 Lütt, die untertönige kleine Terz $27/32$ mit 17,158 Lütt und so fort. Aus diesen Oberton- und Untertonintervallen lassen sich weitere Tonleitern bilden, und zwar in einer Weise, wie es bei Heraklit (550-480 v. Chr.) heißt, daß aus der Verbindung von Entgegengesetztem (hier: Obertöne und Untertöne) Harmonie entstehe.¹⁰⁸

Mit der „pythagoräischen Tonleiter“ und der symmetrischen Tetrachordstruktur ist das pythagoräische Tonsystem keineswegs erschöpft. Mit an Sicherheit grenzender Wahrscheinlichkeit steht zu vermuten, daß die Pythagoräer sogar – unbeschadet der theoretischen Ablehnung – den Aulos benutzt und also das *gesamte* Feld antiker Musikkultur theoretisch durchdrungen haben. Seine eigentliche Bedeutung aber erhält die Beschäftigung mit diesen Fragen für die Pythagoräer erst in der Gesamtschau, daß in den Gesetzen und Zahlenverhältnissen der Musik sich die allgemeinen Gesetze des Seins widerspiegeln. Der Begriff der *Harmonie* ist ja keineswegs auf die Musik beschränkt; vielmehr lassen sich die Bildegetze der Schöpfung, die ewigen Ordnungen des Lebens, samt den geistigen Gesetzen, wie die Struktur alles Seienden überhaupt, in Zahlen fassen, welche ihrerseits, dank ihrer musikalischen Wertigkeit, dem musikalischen Erleben des Menschen zugänglich sind. Durch das Singen heiliger Melodien, die in bestimmten Zahlenproportionen verlaufen, wurden entsprechende geistige Mächte und Schöpfungskräfte „angerufen“ und verstärkt. So wurden sogar die 7 Saiten der Kithara, wie schon erwähnt, den 7 damals bekannten Wandelsternen (Planeten) symbolisch zugeordnet. Diese stellte man sich auf kugelförmigen Kristallschalen angebracht vor. Die Bewegungen dieser *Sphären*¹⁰⁹ erzeugte ein entsprechendes „Tönen“, was im Zusammenklang die *Harmonie der Sphären* ergab. Daß es sich

¹⁰⁷ Des besseren Vergleiches halber sind die Angaben in deutschen Lütt (70-er Teilung) gemacht.

¹⁰⁸ DIEL, Die Fragmente der Vorsokratiker.

¹⁰⁹ Das griechische Wort für „Kugel“ ist *σφαῖρα*; daher: *Sphären*.